



## TỐI ƯU THAM SỐ CỦA CÁC BỘ GIẢM CHẤN ĐỘNG LỰC CHO HỆ CHÍNH CÓ CẨN CHỊU KÍCH ĐỘNG ĐIỀU HÒA BẰNG LÝ THUYẾT ĐIỂM CỐ ĐỊNH

**Vũ Đức Phúc<sup>1</sup>, Nguyễn Quang Việt<sup>2</sup>, Nguyễn Văn Hạng<sup>2</sup>, Nguyễn Minh Tuấn<sup>1</sup>**

**1 Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Hưng Yên**

**2 Trường Đại học Sao Đỏ**

Ngày tòa soạn nhận được bài báo: 19/03/2017

Ngày phản biện đánh giá và sửa chữa: 12/04/2017

Ngày bài báo được duyệt đăng: 19/05/2017

### **Tóm tắt:**

*Lý thuyết điểm cố định đã được áp dụng cho việc thiết kế tối ưu các tham số của bộ giảm chấn động lực lắp trên hệ chính không cản. Với hệ chính có cản và lắp nhiều bộ giảm chấn như nhau người ta thường giải quyết bằng phương pháp số. Bài báo này sử dụng phương pháp biến đổi tương đương hệ chính có cản thành hệ chính không cản và lý thuyết điểm cố định để thiết kế tối ưu các tham số của các bộ giảm chấn động lực lắp trên hệ chính có cản. Các biểu thức giải tích gần đúng của tỷ số cản tối ưu và tỷ lệ điều chỉnh tối ưu cho hệ lắp nhiều bộ TMD giống nhau được đưa ra. Kết quả được áp dụng để giám dao động cho mô hình động cơ Diesel. Đáp ứng tần số của hệ lắp nhiều bộ TMD với hệ lắp 1 bộ TMD được thể hiện và so sánh cho thấy với cùng tỷ lệ khối lượng thì hiệu quả của hệ lắp nhiều bộ giảm chấn tương tự và hệ lắp 1 bộ giảm chấn là như nhau. Đáp ứng thời gian của hệ chính khi không lắp và có lắp TMD thể hiện rõ hiệu quả khi sử dụng TMD để giám dao động cho máy và công trình.*

**Từ khóa:** Nhiều bộ giảm chấn động lực, Điều khiển dao động thụ động, Tối ưu hóa nhiều bộ giảm chấn.

### **Chữ viết tắt**

TMD	Tuned mass damper
MTMD	Multiple tuned mass dampers
DOF	Bậc tự do

### **1. Phần mở đầu**

Nhằm làm giảm dao động của các máy và công trình, nhiều phương pháp điều khiển dao động đã được đề xuất như: Điều khiển thụ động, điều khiển bán chủ động, điều khiển chủ động hay điều khiển lai. Trong đó điều khiển thụ động hay được sử dụng bởi tính đơn giản, hiệu quả và chi phí thấp. Việc sử dụng các thiết bị phụ trợ làm tiêu tán năng lượng của hệ chính để giảm dao động như TMD (Tuned mass damper) đã được nghiên cứu kỹ trong nhiều tài liệu [1,2,3]. Tuy nhiên khi sử dụng một bộ TMD xảy ra một số hạn chế như: kết cấu lớn, khó lắp đặt, khó chế tạo thiết bị thành các mô đun nhỏ và vì lý do nào đó mà thiết bị giảm chấn bị lỗi hay hư hỏng thì sẽ mất khả năng giảm chấn. Để khắc phục hạn chế trên người ta sử dụng kết hợp nhiều bộ giảm chấn TMD để giảm dao động cho máy và công trình. Lei Zuo và Samir A. Nayfeh [4] đã nghiên cứu hiệu quả giảm chấn khi lắp nhiều bộ TMD cho hệ 1 bậc tự do với mục tiêu tối thiểu hóa độ lệch bình phương trung bình của hàm đáp ứng. Kết quả cho thấy hiệu quả giảm dao động rất tốt khi lắp nhiều bộ TMD. Yuh-Yi Lin, Chii-Ming Cheng và David Sun [5] đã khảo sát hiệu quả giảm dao động

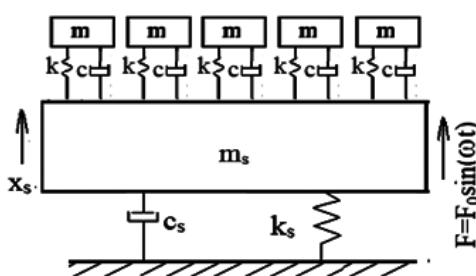
cho cầu nhịp lớn khi lắp 9-13 bộ TMD, nghiên cứu chỉ ra rằng hiệu quả giảm dao động khi lắp 13 bộ TMD lớn hơn khi lắp 9 bộ TMD. TP Bandivadekar and RS Jangid [7],[8] kết hợp phương pháp số và kỹ thuật nội suy đường cong đã đưa ra công thức rõ ràng cho các thông số tối ưu cho hệ lắp nhiều bộ giảm chấn có tần số phân bố trong một dải. Kết quả so sánh cho thấy hệ lắp nhiều bộ TMD có hiệu quả giảm chấn tốt hơn 1 bộ. Dựa trên tiêu chí tối thiểu hóa độ lệch trung bình bình phương dịch chuyển của hệ chính A.S. Joshi and R.S. Jangid [9] đã và sử dụng phương pháp số để tìm các tham số tối ưu của hệ lắp nhiều TMD chịu kích động ồn ành. Nghiên cứu đã chỉ ra rằng tỷ lệ giảm chấn tối ưu của hệ nhiều TMD nhỏ hơn của hệ 1 TMD và hệ nhiều TMD có hiệu quả hơn hệ 1 TMD. Nam Hoang and Pennung Warnitchai [10] đã phát triển một thuật toán lập trình phi tuyến trên cơ sở gradient mà hàm mục tiêu là hàm bậc 2 có thể tính được hiệu quả bằng hàm Lyapunov. Bằng cách này, biểu thức giải tích cho gradient của hàm mục tiêu được đưa ra một cách rõ ràng để giảm sai số và tăng tốc độ hội tụ. T. Igusa and K. Xu [11] đã sử dụng kỹ thuật tiệm cận để tìm tham số tối ưu cho hệ lắp nhiều bộ TMD, một biểu thức xấp xỉ được đưa ra cho việc thiết kế tối ưu các tham số. Kết quả tối ưu cho thấy tần số tự nhiên của các TMD phân bố theo 1 dải xung quanh tần số trung tâm của hệ chính. Bề rộng của dải tần tỷ lệ với bình phương tổng khối lượng các TMD. Chunxiang Li [12] dựa trên tiêu chí tối thiểu dịch chuyển và tối

thiểu gia tốc của hệ chính đã sử dụng thuật toán só để xác định các tham số tối ưu của hệ nhiều TMD trong các trường hợp thay đổi lần lượt các tham số c, k, m của bộ giảm chấn. Mohtasham Mohebbi, Kazem Shakeri, Yavar Ghanbarpour and Hossein Majzoub [13] đã sử dụng thuật toán di truyền (GAs) để nghiên cứu các thông số tối ưu cho 15 bộ TMD nhằm giảm dao động cho nhà cao tầng. Kết quả đã so sánh được hiệu quả giảm chấn khi sử dụng 1, 5, 10, 15 bộ giảm chấn.

Dưới đây chúng tôi đưa ra mô hình hệ chính có cân lấp nhiều bộ giảm chấn động lực giống nhau DVA (Dynamic vibration Absorber) như Hình 1. Từ mô hình cơ học, chúng tôi thiết lập phương trình vi phân dao động và hàm đáp ứng tần số của hệ. Sau đó bằng lý thuyết điểm cố định và ý tưởng của Brock [13], chúng tôi đưa ra biểu thức gần đúng cho tỷ lệ giảm chấn tối ưu và tỷ lệ tần số tối ưu của hệ chính không cân lấp nhiều bộ giảm chấn giống nhau. Với hệ chính có cân, chúng tôi sử dụng phương pháp của ND Anh và NX Nguyên [14] biến đổi hệ chính có cân thành hệ chính không cân tương đương. Sau đó dùng kết quả tối ưu cho hệ chính không cân trước đó để thiết kế thông số tối ưu của các bộ giảm chấn. Các kết quả được áp dụng cho mô hình động cơ Diesel lấp nhiều bộ giảm chấn giống nhau. Hiệu quả của việc lấp nhiều bộ giảm chấn được chúng tôi so sánh với trường hợp lắp 1 bộ giảm chấn và trường hợp hệ không lắp giảm chấn. Các kết quả được thể hiện thông qua đồ thị đáp ứng tần số và đáp ứng thời gian dịch chuyển của hệ chính.

## 2. Mô hình và phương trình chuyển động

Mô hình đưa ra là hệ chính có cân chịu kích động điều hòa lấp nhiều bộ giảm chấn động lực như nhau như Hình 1.



Hình 1. Mô hình hệ chính chịu kích động điều hòa lấp nhiều bộ giảm chấn TMD

Áp dụng phương trình Lagrange loại 2 ta thiết lập phương trình vi phân chuyển động của hệ. Biểu thức động năng, thế năng và hàm hao tán có dạng như sau:

$$T = \frac{1}{2}m_s\dot{x}_s^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^n m_j\dot{x}_j^2 \quad (j = 1 \dots n) \quad (1)$$

$$\pi = \frac{1}{2}k_s x_s^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^n k_j(x_j - x_s)^2 \quad (j = 1 \dots n) \quad (2)$$

$$\phi = \frac{1}{2}c_s\dot{x}_s^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^n c_j(\dot{x}_j - \dot{x}_s)^2 \quad (j = 1 \dots n) \quad (3)$$

Thay vào phương trình Lagrange loại 2

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = -\frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \pi}{\partial q_j} + Q_j^* \quad (4)$$

Ta được hệ phương trình vi phân chuyển động của hệ chính và các bộ giảm chấn:

$$m_s\ddot{x}_s + c_s\dot{x}_s + k_s x_s - \sum_{j=1}^n c_j(\dot{x}_j - \dot{x}_s) - \sum_{j=1}^n k_j(x_j - x_s) = F \quad (5)$$

$$m_j\ddot{x}_j + c_j(\dot{x}_j - \dot{x}_s) - k_j(x_j - x_s) = 0 \quad (6)$$

Kết hợp (5) và (6) ta được hệ phương trình vi phân dao động của hệ chính và các bộ giảm chấn.

## 3. Hàm đáp ứng tần số

Giả sử hàm kích động  $F = F_0 e^{i\omega t}$ . Khi đó ta có thể tìm nghiệm của hệ (5), (6) bằng phương pháp hàm đáp ứng tần số như sau:

$$x_s(t) = H(\omega) e^{i\omega t}; x_j(t) = H_j(\omega) e^{i\omega t} \quad (7)$$

Theo [1] ta viết lại (5) dưới dạng như sau:

$$m_s\ddot{x}_s + \left[c_s + \sum_{j=1}^n c_j\right]\dot{x}_s + \left[k_s + \sum_{j=1}^n k_j\right]x_s - \sum_{j=1}^n c_j\dot{x}_j - \sum_{j=1}^n k_jx_j = F_0 e^{i\omega t} \quad (8)$$

Từ (6) suy ra:

$$m_j\ddot{x}_j + c_j\dot{x}_j - k_jx_j = c_j\dot{x}_s + k_jx_s \quad (j = 1, \dots, n) \quad (9)$$

Hay:

$$\sum_{j=1}^n c_j\dot{x}_j + \sum_{j=1}^n k_jx_j + \sum_{j=1}^n m_j\ddot{x}_j = \left(\sum_{j=1}^n c_j\right)\dot{x}_s + \left(\sum_{j=1}^n k_j\right)x_s \quad (10)$$

Thay (10) vào (8) ta được:

$$m_s\ddot{x}_s + c_s\dot{x}_s + k_s x_s + \sum_{j=1}^n m_j\ddot{x}_j = F_0 e^{i\omega t} \quad (11)$$

Đạo hàm (7), thay vào (11) rồi khử  $e^{i\omega t}$  ta được:

$$(k_s - m_s\omega^2 + i c_s\omega)H(\omega) - \sum_{j=1}^n m_j\omega^2 H_j(\omega) = F_0 \quad (12)$$

Chú ý đến (9) và đạo hàm của (7) ta có:

$$H_j(\omega) = \frac{k_j + i c_j\omega}{k_j - m_j\omega^2 + i c_j\omega} H(\omega) \quad (13)$$

Thay (13) vào (12) ta được công thức xác định hàm đáp ứng tần số:

$$H(\omega) = \frac{F_0}{(k_s - m_s\omega^2 + i c_s\omega) - \left[\sum_{j=1}^n m_j\omega^2 \frac{k_j + i c_j\omega}{k_j - m_j\omega^2 + i c_j\omega}\right]} \quad (14)$$

Đặt:

$$\begin{aligned}\omega_j^2 &= \frac{k_j}{m_j}; \omega_s^2 = \frac{k_s}{m_s}; c_j = 2m_j\omega_j\zeta_j; c_s = 2m_s\omega_s\zeta_s; \\ \mu_j &= \frac{m_j}{m_s}\end{aligned}\quad (15)$$

Thay (15) vào (14) và thực hiện một số phép biến đổi ta được:

$$H(\omega) = \frac{F_0}{k_s} \cdot \frac{1}{a_n + ib_n} \quad (16)$$

Với:

$$a_n = 1 - \beta^2 - \beta^2 \sum_{j=1}^n \mu_j \cdot \frac{(1 - \alpha_j^2 \beta^2 + 4\zeta_j^2 \alpha_j^2 \beta^2)}{(1 - \alpha_j^2 \beta^2)^2 + (2\zeta_j \alpha_j \beta)^2} \quad (17)$$

$$b_n = 2\zeta_s \beta - \beta^2 \sum_{j=1}^n \mu_j \cdot \frac{-2\zeta_j \alpha_j^3 \beta^3}{(1 - \alpha_j^2 \beta^2)^2 + (2\zeta_j \alpha_j \beta)^2} \quad (18)$$

Khi đó biên độ dao động của hệ lắc các bộ giảm chấn là:

$$|H(\omega)| = \frac{F_0}{k_s} \cdot \frac{1}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \quad (19)$$

$$\text{Đặt: } HL = \frac{1}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \quad (20)$$

HL gọi là hàm khuếch đại của hệ.

#### 4. Thiết kế tối ưu các tham số của các bộ giảm chấn động lực

Với mục đích thiết kế các bộ giảm chấn TMD có thông số giống nhau nên ta có thể viết lại (20) dưới dạng:

$$HL = \sqrt{\frac{A\zeta_i^4 + B\zeta_i^2 + C}{D\zeta_i^4 + E\zeta_i^3 + F\zeta_i^2 + G\zeta_i + K}} \quad (21)$$

Trong đó:

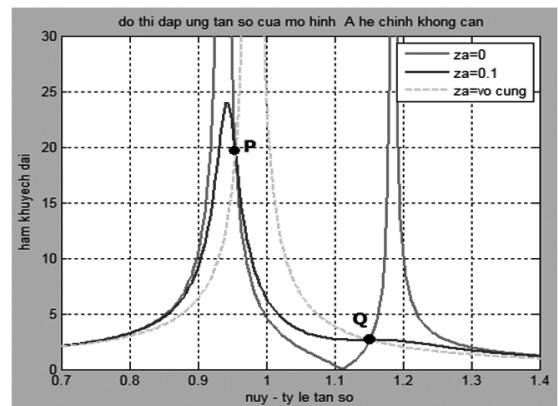
$$\begin{cases} A = 16\alpha^4 \beta^4 \\ B = 8\alpha^2 \beta^2 (1 - \alpha^2 \beta^2)^2 \\ C = (1 - \alpha^2 \beta^2)^4 \\ D = ((1 - \beta^2)4\alpha^2 \beta^2 - 4\alpha^2 \beta^4 n\mu)^2 + 64\zeta_s^2 \alpha^4 \beta^6 \\ E = 32\mu n \zeta_s \alpha^5 \beta^8 \\ F = (1 - \alpha^2 \beta^2)^2 ((1 - \beta^2)(1 - \alpha^2 \beta^2) - n\mu \beta^2) F_1 + \\ + (4\mu^2 n^2 \alpha^6 \beta^{10} + 32\zeta_s^2 \alpha^2 \beta^4 (1 - \alpha^2 \beta^2)^2 \\ F_1 = 2((1 - \beta^2)4\alpha^2 \beta^4 n\mu) \\ G = 16\zeta_s \beta \mu n \alpha^3 \beta^5 (1 - \alpha^2 \beta^2)^2 \\ K = (1 - \alpha^2 \beta^2)^2 ((1 - \beta^2)(1 - \alpha^2 \beta^2) - n\mu \beta^2)^2 + \\ + n\zeta_s^2 \beta^2 (1 - \alpha^2 \beta^2)^4 \end{cases} \quad (22)$$

Hiệu quả của các bộ hấp thụ dao động phụ thuộc vào việc chọn các tham số  $\alpha, \zeta_i$ .

a, **Trường hợp 1: Với hệ chính không cần  $\zeta_s = 0$  ta có:**

Thay giá trị  $\zeta_s = 0$  vào các biểu thức (21) và

ta thử với các giá trị khác nhau của  $\zeta_i$ ,  $\zeta_i = 0; \zeta_i = \infty$ ;  $\zeta_i = 0.1$ , mỗi giá trị của  $\zeta_i$  ứng với  $\mu = 0.02; n = 2; \alpha = 0.9$  ta có đồ thị hàm đáp ứng của hệ như Hình 2.



Hình 2. Đáp ứng tần số của hệ lắc 2 bộ TMD với  $\mu = 0.02; \alpha = 0.9$

Nhìn vào hàm đáp ứng tần số ta thấy rằng với mọi giá trị của  $\zeta_i$  đồ thị luôn đi qua 2 điểm cố định P và Q như vậy có nghĩa là tồn tại 2 giá trị của  $\beta$  mà đồ thị không phụ thuộc vào cản nhót của bộ giảm chấn. Khi  $\zeta_i = 0$  ta có:

$$HL = \sqrt{\frac{(1 - \alpha^2 \beta^2)^4}{(1 - \alpha^2 \beta^2)^2 ((1 - \beta^2)(1 - \alpha^2 \beta^2) - n\mu \beta^2)^2}} \quad (23)$$

Khi  $\zeta_i = \infty$  ta có:

$$HL = \sqrt{\frac{16\alpha^4 \beta^4}{((1 - \beta^2)4\alpha^2 \beta^2 - 4\alpha^2 \beta^4 n\mu)^2}} \quad (24)$$

Hoành độ 2 điểm P, Q được xác định từ phương trình:

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{(1 - \alpha^2 \beta^2)^4}{(1 - \alpha^2 \beta^2)^2 ((1 - \beta^2)(1 - \alpha^2 \beta^2) - n\mu \beta^2)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{16\alpha^4 \beta^4}{((1 - \beta^2)4\alpha^2 \beta^2 - 4\alpha^2 \beta^4 n\mu)^2}} \end{aligned} \quad (25)$$

Giải phương trình (25) ta được hoành độ hai điểm P, Q như sau:

$$\beta_{P,Q} = \sqrt{\frac{\mu n + \alpha^2 + 1 \pm \sqrt{\alpha^4 + \mu^2 n^2 - 2\alpha^2 + 2\mu n + 1}}{\mu n + 2}} \quad (26)$$

Thay (26), vào hàm đáp ứng tần số khi không đến cản và đặt:

$$T_p = A_{\beta_p} \zeta_i^4 + B_{\beta_p} \zeta_i^2 + C_{\beta_p}$$

$$T_Q = A_{\beta_Q} \zeta_i^4 + B_{\beta_Q} \zeta_i^2 + C_{\beta_Q}$$

$$M1_p = D_{\beta_p} \zeta_i^4 + E_{\beta_p} \zeta_i^3 + F_{\beta_p} \zeta_i^2 + G_{\beta_p} \zeta_i + K_{\beta_p} \quad (27)$$

$$M1_Q = D_{\beta_Q} \zeta_i^4 + E_{\beta_Q} \zeta_i^3 + F_{\beta_Q} \zeta_i^2 + G_{\beta_Q} \zeta_i + K_{\beta_Q}$$

Ta tính được biên độ hàm đáp ứng tần số tại

hai điểm cố định P, Q tương ứng là:

$$HL_P = \left( \sqrt{\frac{T_p}{M}} \right); HL_Q = \left( \sqrt{\frac{T_q}{M}} \right) \quad (28)$$

Từ điều kiện tung độ hai điểm P, Q bằng nhau ta tìm ra tỷ lệ tần số tối ưu  $\alpha_{opt}$ :

$$\alpha_{opt} = 1 + \mu n \quad (29)$$

Brock [13] đã sử dụng phương pháp nhiễu động để tìm  $\zeta_i$  tối ưu. Để đường cong đáp ứng HL nhận điểm P làm điểm cực đại ta cho nó đi qua điểm P' có hoàng độ  $\beta^2 = \beta_1^2 + \delta$  và tung độ  $HL_p$  theo (28) sau đó tìm giới hạn khi  $\delta \rightarrow 0$ .

Từ điều kiện này ta thu được tử số cần tối ưu tương ứng với 2 điểm P, Q

$$\zeta_{i1,2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(2\mu^2 n^2 + 5\mu n + 3 \pm 2V\mu n)}{\mu^2 n^2 + 3\mu n + 2}} \quad (30)$$

$$\text{Với } V = \sqrt{\mu n(\mu n + 2)(\mu n + 1)^2} \quad (31)$$

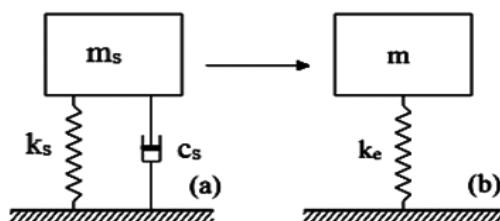
Ta lấy  $\zeta_i^{opt}$  là giá trị trung bình của 2 nghiệm trên. Nghĩa là:

$$\zeta_i^{opt} = \sqrt{\frac{\zeta_{i1}^2 + \zeta_{i2}^2}{2}} = \sqrt{\frac{3\mu n}{8(1 + \mu n)}} \quad (32)$$

Ta nhận thấy với  $n = 1$  thì tỷ số cần tối ưu trùng với công thức của Den-Hartog [2].

### b, Với hệ chính có cản

Năm 2014, các tác giả ND Anh và NX Nguyên [14] đã dựa trên giải pháp phân tích xấp xỉ tỷ lệ giảm chấn tối ưu sử dụng phương pháp tuyền tính hóa tương đương để thay thế hệ chính có cản thành hệ chính không cản tương đương (Hình 3). Sau đó sử dụng phương pháp điểm cố định đã biết để tìm thông số tối ưu cho bộ giảm chấn động lực. Cụ thể như sau:



Hình 3. Quy đổi tương đương hệ chính có cản thành hệ chính không cản

Ta có phương trình vi phân chuyển động của hệ hình 3a và 3b như sau:

$$\ddot{x}_s + 2\zeta_s \omega_s \dot{x}_s + \omega_s^2 x_s = 0 \quad (33)$$

Trong đó:

$$\zeta_s = \frac{c_s}{2m_s \omega_s}; \omega_s^2 = \frac{k_s}{m_s}; \omega_e^2 = \frac{k_e}{m} \quad (34)$$

Với  $\omega_e$  là tần số dao động riêng của hệ được quy đổi. Ta có thể viết:

$$\omega_e^2 = \gamma + \omega_s^2 \quad (35)$$

Từ (35) ta thấy nếu thay thế đại lượng  $2\zeta_s \dot{x}_s$  bằng đại lượng  $\gamma x_s$  thì 2 phương trình vi phân dao động của (33) sẽ như nhau. Để xác định  $\gamma$  các tác giả của [14] đã sử dụng tiêu chuẩn quy đổi sau:

$$S = \langle (2\zeta_s \omega_s \dot{x}_s - \gamma x_s)^2 \rangle_D + \langle (\gamma x_s - 2\lambda \zeta_s \omega_s \dot{x}_s)^2 \rangle_D \rightarrow \min_{\gamma, \lambda} \quad (36)$$

$$\text{Với: } S = \langle \cdot \rangle_D = \frac{1}{D} \int_0^D (\cdot) dt \quad (37)$$

Ở đây miền D là 1 miền lấy tích phân được chọn sau. Trong (36)  $\gamma$  và  $\lambda$  được xác định như sau:

$$\frac{\partial S}{\partial \gamma} = 0; \frac{\partial S}{\partial \lambda} = 0 \quad (38)$$

Thay (38) vào (37) và giải hệ phương trình đó ta tìm được:

$$\begin{cases} \gamma = \left( 2\zeta_s \omega_s \frac{\langle x_s \dot{x}_s \rangle_D}{\langle x_s^2 \rangle_D} \right) \left( \frac{1}{2 - \frac{\langle x_s \dot{x}_s \rangle_D^2}{\langle x_s^2 \rangle_D \langle \dot{x}_s^2 \rangle_D}} \right) \\ \lambda = \frac{\langle x_s \dot{x}_s \rangle_D^2}{2 \langle x_s^2 \rangle_D \langle \dot{x}_s^2 \rangle_D - \langle x_s \dot{x}_s \rangle_D^2} \end{cases} \quad (39)$$

Sử dụng :

$$\langle \cdot \rangle_D = \langle \cdot \rangle_\Phi = \frac{1}{\Phi} \int_0^\Phi (\cdot) d\varphi \quad (40)$$

Trong đó:  $\Phi = \omega_e D$  thi (39) được viết lại dưới dạng:

$$\begin{cases} \gamma = \left( 2\zeta_s \omega_s \frac{\langle x_s \dot{x}_s \rangle_\Phi}{\langle x_s^2 \rangle_\Phi} \right) \left( \frac{1}{2 - \frac{\langle x_s \dot{x}_s \rangle_\Phi^2}{\langle \dot{x}_s^2 \rangle_\Phi \langle x_s^2 \rangle_\Phi}} \right) \\ \lambda = \frac{\langle x_s \dot{x}_s \rangle_\Phi^2}{2 \langle x_s^2 \rangle_\Phi \langle \dot{x}_s^2 \rangle_\Phi - \langle x_s \dot{x}_s \rangle_\Phi^2} \end{cases} \quad (41)$$

Kết quả được biểu thức giải tích của tần số dao động riêng của hệ chính quy đổi như sau:

Từ phương trình vi phân (33) ta có:

$$x_s = a \cos(\varphi); \varphi = \omega_e t + \varphi_0 \quad (42)$$

Kết hợp (42) và (40) rồi thay vào (41) ta nhận được:

$$\omega_e^2 - \omega_s^2 + \frac{2(1 - \cos 2\Phi)(2\Phi - \sin 2\Phi)}{8\Phi^2 - 2\sin^2 2\Phi - (1 - \cos 2\Phi)^2} \zeta_s \omega_s \omega_e = 0 \quad (43)$$

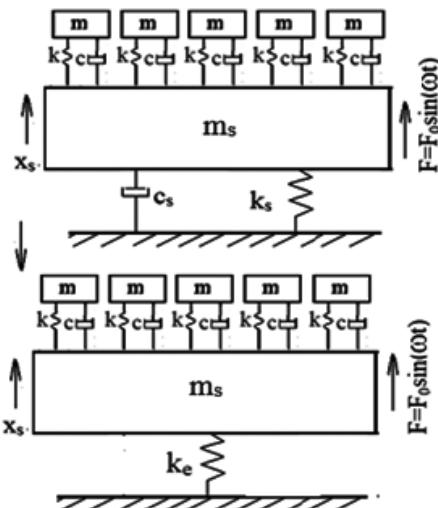
Giải phương trình (43) với ẩn là  $\omega_e$  ta có:

$$\omega_e = \omega_s \sqrt{\zeta_s^2 + \left[ \frac{\zeta_s^2(1 - \cos 2\Phi)(2\Phi - \sin 2\Phi)}{8\Phi^2 - 2\sin^2 2\Phi - (1 - \cos 2\Phi)^2} \right]^2 - \frac{(1 - \cos 2\Phi)(2\Phi - \sin 2\Phi)}{8\Phi^2 - 2\sin^2 2\Phi - (1 - \cos 2\Phi)^2} \omega_s \zeta_s} \quad (44)$$

Trong (44), giá trị  $\Phi$  là hằng số được chọn tùy ý. Ở đây ta chọn  $\Phi = \frac{\pi}{2}$  để  $x_s, \dot{x}_s$  không phụ thuộc  $\Phi$ . Thay giá trị của  $\Phi$  vào (44) ta nhận được:

$$\omega_e = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{(\pi^2 - 2)^2} \xi_s^2 + \frac{\pi}{\pi^2 - 2} \xi_s} \quad (45)$$

Ở đây  $\omega_s, \zeta_s$  lần lượt là tần số dao động riêng và tỷ số cản của hệ chính có cản.  $\omega_e$  là tần số dao động riêng của hệ chính không cản tương đương. Khi đó hệ như Hình 1 sẽ trở thành:



Hình 4. Mô hình hệ chính không cản tương đương của hệ lắp nhiều bộ giảm chấn

Khi đó ta tiếp tục sử dụng các biểu thức giải tích đã biết cho hệ lắp nhiều bộ giảm chấn theo chứng minh phía trên để tìm  $\alpha_{opt}$  và  $\zeta_i^{opt}$  tối ưu như sau:

$$\alpha_{opt} = (1 + n\mu) \left( \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{(\pi^2 - 2)^2} \xi_s^2} + \frac{\pi}{\pi^2 - 2} \xi_s \right) \quad (46)$$

$$\zeta_i^{opt} = \sqrt{\frac{3n\mu}{8(1 + n\mu)}} \quad (47)$$

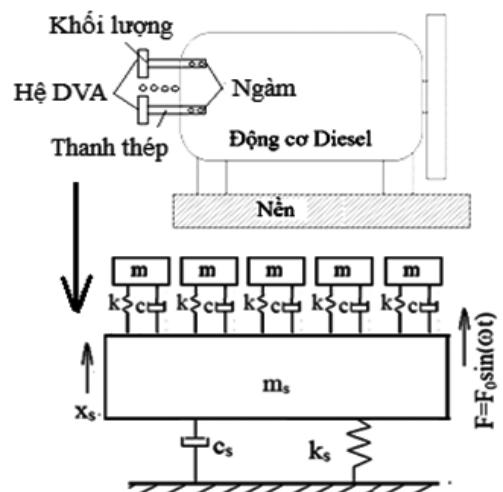
##### 5. Áp dụng cho mô hình động cơ Diesel [16] như sau:

Ở Hình 5 là mô hình động cơ Diesel lắp nhiều thiết bị giảm chấn. Ta có thể mô hình động cơ là hệ chính có cản, các thanh giảm chấn có thể quy đổi thành các bộ TMD như Hình 5.

Các thông số của động cơ cho ở Bảng 2:

Bảng 2. Thông số động cơ

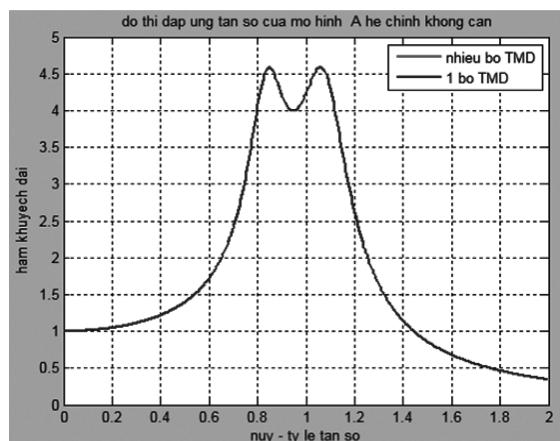
Thông số hệ chính	$m_s$ (kg)	$k_s$ (N/m)	$c_s$ (Ns/m)	$F_0$ (N)	$\Omega$ (1/s)
Giá trị	250	$15 \cdot 10^5$	200	250	77,46



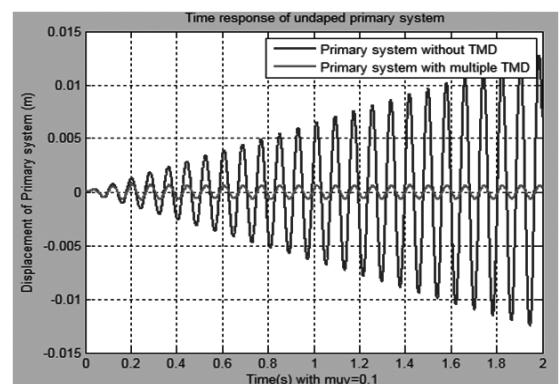
Hình 5. Mô hình hóa động cơ Diesel lắp nhiều bộ giảm chấn TMD

Sử dụng các kết quả ở trên ta tiến hành xác định các tham số tối ưu nhằm giảm dao động cho động cơ Diesel. Kết quả như sau:

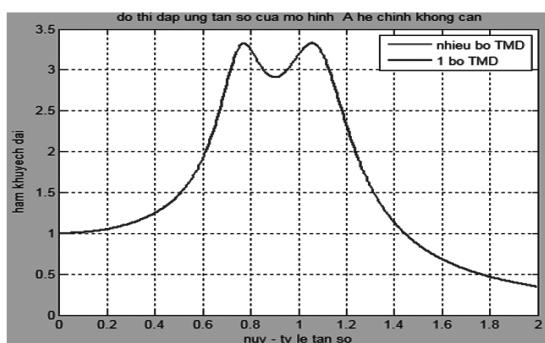
##### a, Trường hợp 1: Hệ chính không cản



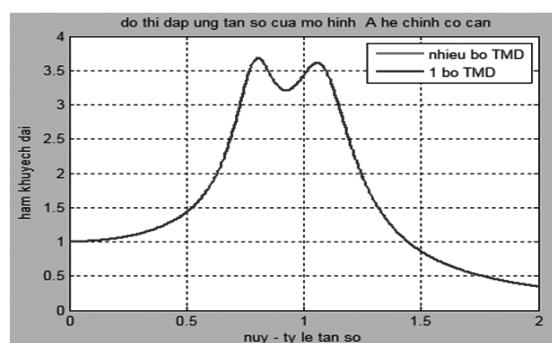
Hình 6. Đáp ứng tần số của hệ lắp 1 bộ và 10 bộ TMD với cùng  $\mu = 0.1$



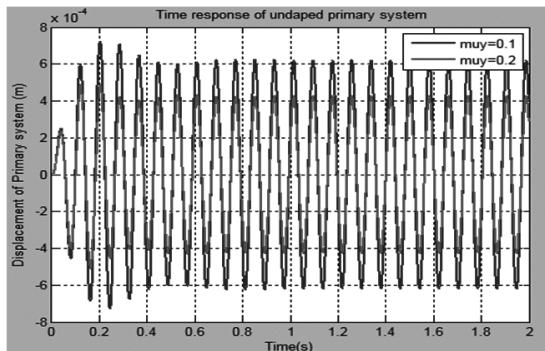
Hình 7. Đáp ứng thời gian của hệ chính không cản khi không lắp và lắp 10 bộ TMD với cùng  $\mu = 0.1$



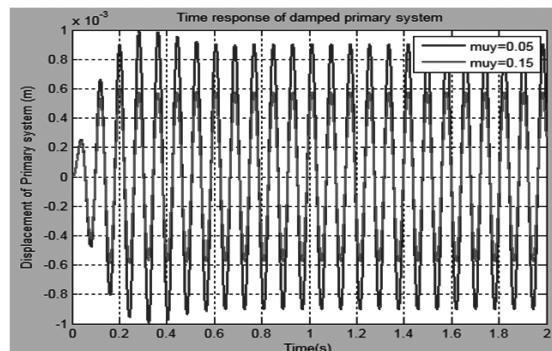
Hình 8. Đáp ứng tần số của hệ lắp 1 bộ và 5 bộ TMD với cùng  $\mu = 0.2$



Hình 12. Đáp ứng tần số của hệ lắp 1 bộ và 15 bộ TMD với cùng  $\mu = 0.15$

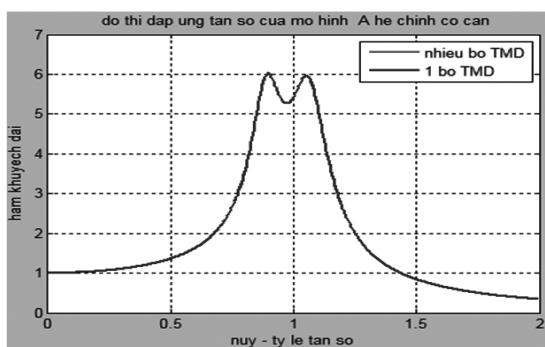


Hình 9. Đáp ứng thời gian của hệ chính với  $\zeta_s = 0$  khi lắp 10 bộ TMD với  $\mu = 0.1$  và  $\mu = 0.2$

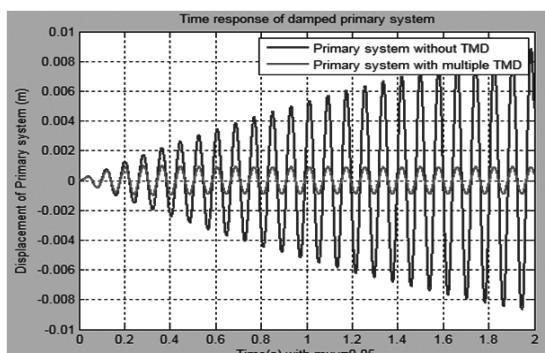


Hình 13. Đáp ứng thời gian của hệ chính có cản ( $\zeta_s = 0.005164$ ) khi lắp 10 bộ TMD với  $\mu=0.05$  và  $\mu=0.15$

### b, Trường hợp 2: Hệ chính có cản



Hình 10. Đáp ứng tần số của hệ lắp 1 bộ và 10 bộ TMD với cùng  $\mu = 0.05$



Hình 11. Đáp ứng thời gian của hệ chính với  $\zeta_s = 0.005164$  khi không lắp và lắp 10 bộ TMD với  $\mu = 0.05$

Căn cứ đồ thị hàm đáp ứng tần số ở trên ta nhận thấy rằng: Đáp ứng tần số khi hệ lắp nhiều bộ giảm chấn như nhau với hệ lắp 1 bộ TMD có cùng tỷ lệ khôi lượng là như nhau. Khi tăng tỷ lệ khôi lượng thì hiệu quả giảm chấn cũng tăng lên. Từ đồ thị đáp ứng thời gian ta thấy rằng khi lắp TMD dịch chuyển của hệ chính tại tần số cộng hưởng giảm rõ rệt. Với  $\mu = 20\%$  thì dịch chuyển của hệ chính tại tần số cộng hưởng giảm 96,67%.

### 6. Kết luận

Trên cơ sở áp dụng lý thuyết 2 điểm cố định và kết quả của giải pháp tuyến tính hóa tương đương, bài báo đã đưa ra các biểu thức giải tích gần đúng để xác định các tham số tối ưu của hệ chính có cản chịu kích động điều hòa có lắp nhiều bộ giảm chấn động lực giống nhau. Trên cơ sở này ta có thể áp dụng để thiết kế kháng chấn cho máy và công trình. Dạng thức của các tham số tối ưu đưa ra là khá đơn giản và tường minh. Với kết quả này cho phép ta có thể chia bộ TMD thành các mô đun nhỏ dễ chế tạo và lắp đặt. Vì lý do nào đó mà 1TMD bị lỗi thì việc lắp nhiều TMD sẽ giúp máy và công trình làm việc an toàn hơn. Nghiên cứu cũng chỉ ra rằng hiệu quả của việc lắp nhiều TMD như nhau với lắp 1 TMD có cùng tỷ số khôi lượng là như nhau. Khi tăng tỷ lệ khôi lượng thì hiệu quả giảm chấn cũng tăng lên.

## Tài liệu tham khảo

- [1]. Nguyễn Văn Khang (2005), *Đạo động kỹ thuật*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
- [2]. J. P. Den Hartog ( 1947), *Mechanical Vibration*, McGraw-Hill, New York.
- [3]. Nguyễn Đông Anh, Lã Đức Việt (2007), *Giảm dao động bằng thiết bị tiêu tán năng lượng*, NXB Khoa học tự nhiên và Công nghệ, Hà Nội.
- [4]. L. Zuo and S. A. Nayfeh (2005), “*Optimization of the Individual Stiffness and Damping Parameters in Multiple-Tuned Mass Damper Systems*”, Journal of Vibration and Acoustics, 127 (1), pp.77-83.
- [5]. Yuh-Yi Lin, Chii-Ming Cheng and David Sun, “*Wind - Induced Vibration Control of Long Span Bridges by Multiple Tuned Mass Dampers*”, Tamkang Journal of Science and Engineering, Vol. 3, No. 1, pp. 1-13 (2000).
- [6]. Ghosh, A. and Basu, B., “*A closed-form Optimal Tuning Criterion for TMD in Damped Structures*,” Structural Control and Health Monitoring, Vol. 14, pp. 681–692, 2007
- [7]. TP Bandivadekar and RS Jangid, “*Optimization of Multiple Tuned Mass Dampers for Vibration Control of System under External Excitation*”, Journal of Vibration and Control 19(12) 1854–1871
- [8]. R. S. Jangid, “*Optimum Multiple Tuned Mass Dampers for Base-excited Undamped System*”, Earthquake engineering and structural dynamic **28**, 1041}1049 (1999).
- [9]. A.S. Joshi and R.S. Jangid, “*Optimum Parameters of Multiple Tuned Mass Dampers for Base-excited*”, Journal of Sound and Vibration (1997) **202**(5), 657–667.
- [10]. Nam Hoang\*;† and Pennung Warnitchai, “*Design of Multiple Tuned Mass Dampers by Using a Numerical Optimizer*”, Earthquake engineering and structural dynamic 2005; 34:125–144
- [11]. T. Igusa and K.Xu, “*Vibration Control Using Multiple, Tuned Mass Dampers*”, Journal of Sound and vibration (1994) 175(4) 491-503.
- [12]. Chunxiang Li, “*Optimum Multiple Tuned Mass Dampers for Structures under the Ground Acceleration based on DDMF and ADMF*”, Earthquake engineering and structural dynamic 2002; 31:897–919.
- [13]. Brock, J. E., “*A Note on the Damped Vibration Absorber*,” Journal of Applied Mechanics, Vol. 68, pp. A-284, 1946.
- [14]. ND Anh và NX Nguyen, “*Design of Non-traditional Dynamic Vibration Absorber for Damped Linear Structures*”, Jounal of Mechanical Engineering Science 2014, Vol 228(1), pp 45–55.
- [15]. Nguyễn Đức Thị Thu Định (2015), *Nghiên cứu ứng dụng hệ giảm chấn chất lỏng trong kiểm soát dao động cho cầu dây văng tại Việt Nam*, Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Giao thông Vận tải.
- [16]. Jasem M. Alrajhi, Ahmed Abed, “*Effect of Non-linear Damper in Dynamic Vibration Absorber Behavior*”, Universal Journal of Mechanical Engineering 2(5): 155-157, 2014.

## OPTIMAL PARAMETERS OF MULTIPLE TUNED MASS DAMPERS FOR DAMPED PRIMARY SYSTEM BY FIXED POINT THEORY METHOD

### **Abstract:**

The fixed point theory has been applied to the optimal design of dynamic vibration absorbers parameters for undamped structure. With damped structure the installation of many dampers the same is often resolved by numerical methods. This paper uses the equivalent of the damped structure to undamped structure and the fixed point theory to optimize the parameters of the dynamic vibration absorbers. The approximate analytical expressions of the optimal damping ratio and the optimal tuning ratio for the same MTMD system are given. The results are applied to reduce vibration for the diesel engine model. The frequency response of MTMD and single TMS system is compared has shows that with the same mass ratio, the efficiency of MTMD systems and single TMD is similar. Time response of the primary system without TMD and with TMD clearly demonstrate the efficiency when using MTMD to reduce vibration for machines and structure.

**Keywords:** Multiple Dynamic vibration Absorbers, Passive vibration Control, Optimization of multiple tuned mass dampers.